Exercice n° 1

$f(x)=x^2-x+1$; $g(x)=-x^2-2x+2$

● – Etudions la fonction f

Pour tout $x \in IR$ on a : $f'(x)=2x-1$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$\frac{3}{4}$	↗	$+\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x^2=+\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} x^2=+\infty$

– Etudions la fonction g

Pour tout $x \in IR$ on a : $g'(x)=-2x-2$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	$-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} -x^2=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} -x^2=-\infty$

● a) $f(x)-g(x)=(x^2-x+1)-(-x^2-2x+2)$

$=2x^2+x-1$

Etudions le signe du trinôme $2x^2+2x-1$ en effet :

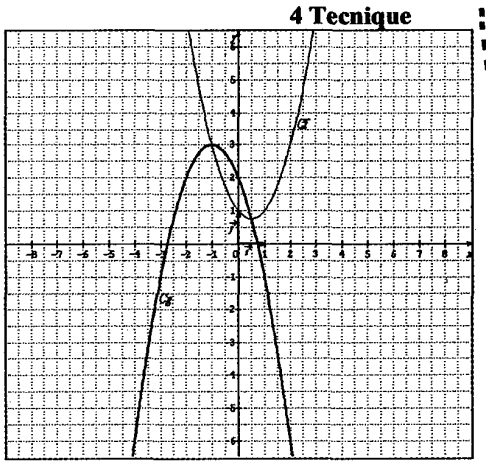
$2x^2+x-1=0$; on a : $a-b+c=0$

Donc x' = -1 et x'' = $\frac{1}{2}$

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
Signe de $f(x)-g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
position		Cf/Cg	(-1,3)	Cg/Cf	$(\frac{1}{2},\frac{3}{4})$	Cf/Cg	

b/ C_f et Cg sont deux paraboles

4 Tecnique



Exercice n° 2 $f(x)=\frac{1}{4}x^4-2x^2$

a) Pour tout $x \in IR$ on a : $f'(x)=x^3-4x=x(x^2-4)$

- Signe de $f'(x)$

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
x		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
x^2-4		$+$		$-$		$-$		$+$	
$f'(x)$		$-$		$+$		$-$		$+$	

- Tableau des variations de f

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-4	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

$\lim\limits_{|x|\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{|x|\to+\infty} \frac{1}{4}x^4=+\infty$

(On pourra remarquer que f est paire et on étudie f sur l'intervalle [0 , $+\infty$[ )

b) $f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^4-2x^2=x^2(\frac{1}{4}x^2-2)=0$

$\Leftrightarrow x^2=0$ *ou* $x^2=8 \Leftrightarrow x=0$ *ou* $x=\pm 2\sqrt{2}$

c) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2}{4x}=+\infty$

et $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x^2}{4x}=-\infty$

Donc Cf admet deux B I P de direction (yy') au Voisinage de $+\infty$ et de $-\infty$

Oarray.tn - Aqra Blech - Oarray.tn